

Calcul De La Charge Limite D'un Pieu Pour Un Frottement Lisse Par La Theorie De L'analyse Limite

¹M. Meksaouine, ²G. Boukhatem and ³M.L. Samai

¹Département d'Hydraulique, Maître de Conférence, Université Badji Mokhtar, Annaba

²Département de Génie Civil, Maître assistant stagiaire, Université El hadaek, Skikda

³Département de Génie Civil, Université Mentouri, Constantine

Abstract: This article is about a problem of soil interaction structures concerning the determination of the structural capacity (or load limit) of pickets by the method of the calculation to the rupture; and more precisely to develop the approach kinematics in the case of the COULOMB criteria. The theoretical survey here present, permits to bring a contribution in the determination of the load limits solliciting some loaded pickets vertically while only limiting itself/themselves to the peak effect that seems predominant. The used theoretical tool is the theorem kinematics of the theory of the analysis limits, while developing two models in plan and two models in three measurements

Key words: Rupcher, kinematics, solliciting, perdomiont

INTRODUCTION

Nous nous proposons de contribuer modestement à l'enrichissement des connaissances scientifique et technologique qui résulte de plusieurs siècles sur les pieux, tirant profit d'un outil qui jusqu'ici à été peu exploité dans ce domaine; la théorie de l'analyse limite utilisant le théorème cinématique qui peut traiter de problèmes très complexes dans l'espace d'un massif de sol.

Ce travail est consacré à une présentation succincte de la méthode du calcul à la rupture (ou analyse limite), et au calcul de la charge limite d'un pieu isolé où nous nous limiterons à l'effet de pointe; certains auteurs, en effet, considèrent qu'il convient de ne pas prendre en compte le frottement latéral sur la hauteur de retournement des lignes de glissements, car il estime que le sol est déjà mobilisé par la pointe et en état d'équilibre limite.

Nous proposons deux modèles en plan et deux modèles en trois dimension avec l'utilisation du théorème cinématique de l'analyse limite en considérant que la pointe du pieu met le sol en butée (Léonard,1967).

L'analyse des équations et des résultats est traité par le logiciel Mathcad.

Calcul à la rupture: Le calcul à la rupture a pour objet de cerner un domaine de charges potentiellement supportables pour une structure dont le chargement dépend d'un nombre fini de paramètre : il n'entre pas dans ses applications de recherche à connaître l'état des contraintes et déformations du sol à un niveau de sollicitations donné. Puisqu'il ne vise qu'à encadrer un

domaine, il utilise un critère de rupture et non une loi de comportement Ceci est d'une grande commodité vu la difficulté d'élaborer une telle loi suffisamment réaliste.

La stabilité d'une configuration ne peut être établie par le calcul à la rupture que moyennant des hypothèses sévères sur le matériau (le principe de normalité de HILL) que nous ne ferons pas.

Dans l'espace des chargements le domaine de ces charges est convexe et contient le chargement nul. Tout chargement situé en dehors du domaine entraînera la ruine du système. Mais un chargement dans le domaine ne pourra être qualifié que de potentiellement supportable. Pour l'encadrement des bords du domaine, les deux démarches approche par l'intérieur et approche par l'extérieur sont complémentaires.

La première, dite approche statique, se fait dans le sens de la sécurité. Elle consiste à exhiber un champ de contraintes statiquement admissible et à exprimer qu'il satisfait au critère de rupture. Un certain nombre d'études ont été faites sur ce sujet tant pour les milieux purement cohérents (Davis *et al.*, 1980) que pour les milieux frottants (Mulhauss, 1985). La finesse de l'approche est liée à l'intuition du chercheur et à sa capacité à réaliser le meilleur compromis entre un champ réaliste et des calculs analytiques réalisables. Les travaux précédemment cités ont fait l'objet de validation expérimentale et ont montré qu'il approchait convenablement de la réalité.

La seconde approche est dite cinématique. Parmi d'autres, les auteurs précédents l'ont appliquée aux cavités des sols purement cohérents. En effet, le critère de rupture dans se cas simplifié (Critère de COULOMB),

puisque seul intervient la cohésion et l'angle de frottement et que la majoration de la puissance dissipée est explicite quelque soit le champ de vitesse envisagé. En ce qui concerne les milieux frottants, nous avons pu constater l'absence de travaux.

Nous nous proposons donc de développer une telle approche et de voir dans quelle mesure elle est exploitable.

EXPOSÉ DE LA MÉTHODE ET CHOIX DE LA CONFIGURATION

Approche cinématique pour un milieu frottant cohérent:

L'approche cinématique (borne supérieure) du calcul à la rupture est basée sur la conception de mécanismes virtuels de rupture show in Fig 3. Inspirées des formes de ruptures observées sur modèles réduits. Elle permet de construire une approche par l'extérieur (càd par excès) du domaine de stabilité. la condition nécessaire de stabilité est obtenue pour chaque mécanisme en écrivant que la puissance P_{ext} des efforts extérieurs dans les mécanismes considérés ne peut excéder la puissance résistante maximale P_{max}^{res} correspondante.

$$P_{ext} \leq P_{max}^{res}$$

La quantité P_{max}^{res} est une fonctionnelle du mécanisme virtuel envisagé et elle ne dépend que du matériau. Elle représente physiquement la puissance maximale que le massif est en mesure de développer dans le mécanisme envisagé, du fait de ses capacités de résistances.

MÉCANISMES DE RUPTURE

En plan:

Cas frottement lisse $\delta < \varphi$: Vitesse relative entre pieu-sol (V_{01}, V_{20}) est tangente, (V_1, V_2, V_{12}) incliner de φ ; et dissipation d'énergie due à la cohésion et au frottement.

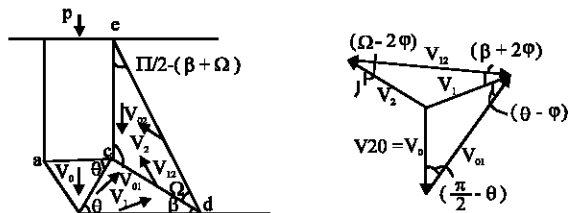


Fig. 1: Mécanisme de rupture de pieu (frottement lisse) et diagramme de vitesses associé en plan (selon Coulomb)

Triangle semblable:

Vélocités

$$V_1 = V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)}; V_{01} = V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)}{\sin(\theta - \varphi)}; V_{20} = V_0$$

$$V_2 = V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \frac{\sin(\beta + 2\varphi)}{\sin(\Omega - 2\varphi)}$$

$$V_{12} = V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \frac{\sin[\pi - (\Omega + \beta)]}{\sin(\Omega - 2\varphi)}$$

Longueurs

$$l_{ac} = b; l_{bc} = \frac{b}{2 \cdot \cos \theta}; l_{cd} = \frac{b \cdot \text{tg} \theta}{2 \cdot \sin \beta}; l_{bd} = \frac{b \cdot \sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \cos \theta \cdot \sin \beta};$$

$$l_{ce} = \frac{b \cdot \text{tg} \theta \cdot \sin \Omega}{2 \cdot \sin \beta \cdot \cos(\beta + \Omega)}; l_{de} = \frac{b \cdot \text{tg} \theta}{2 \cdot \text{tg} \beta \cdot \cos(\beta + \Omega)}$$

Équation du travail $\delta < \varphi$:

Forces extérieures: P, W1(V1), W2(V2)

Travail des forces extérieures:

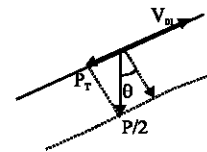
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{P}{2} \cdot V_0 \cdot \cos 0 \\ W_1 \cdot V_1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) \\ W_2 \cdot V_2 \cdot \cos\left[\pi + \frac{\pi}{2} - (\beta + \Omega) + \varphi\right] \end{array} \right.$$

dissipation d'énergie interne due à la cohésion le long de l_{bd}, l_{cd}, l_{de} :

$$\left\{ \begin{array}{l} C \cdot l_{bd} \cdot V_1 \cdot \cos \varphi \\ C \cdot l_{de} \cdot V_2 \cdot \cos(2\pi - \varphi) \\ C \cdot l_{cd} \cdot V_{12} \cdot \cos(2\pi - \varphi) \end{array} \right.$$

Dissipation d'énergie interne due au frottement interne le long de l_{ce}, l_{bc} :

$$\left\{ \begin{array}{l} l_{ce} : \frac{P}{2} \cdot V_{20} \cdot \cos 0 \\ l_{bc} : -\frac{P}{2} \cdot V_{01} \cdot \cos \pi \end{array} \right.$$



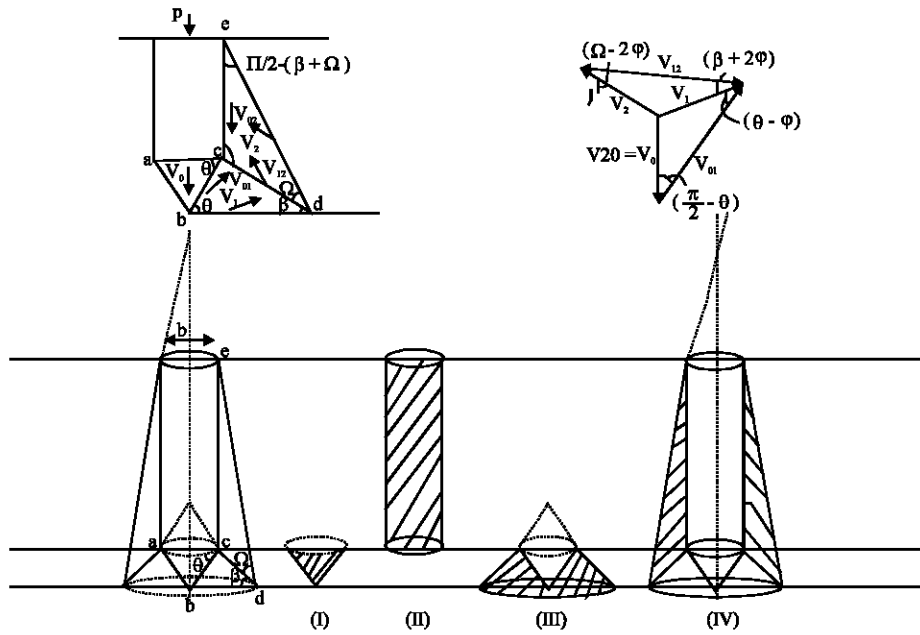


Fig. 2: Mécanisme de rupture de pieu (frottement lisse) et diagramme de vitesses associé en 3D (selon Coulomb)

L'équation du travail:

$$\frac{P}{2} \cdot V_0 - W_1 \cdot V_1 \cdot \sin \varphi - W_2 \cdot V_2 \cdot \sin(\beta + \Omega - \varphi) = C \cdot \cos \varphi \cdot (l_{bd} \cdot V_1 + l_{de} \cdot V_2 + l_{cd} \cdot V_{12}) + \frac{P}{2} \cdot V_{20} - \frac{P}{2} \cdot \sin \theta \cdot V_{01}$$

en substituant les longueurs et les vitesses on aura:

$$P = 2 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \left[W_1 \cdot \sin \varphi + C \cdot \frac{b \cdot \sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \cos \theta \cdot \sin \beta} \cdot \cos \varphi \right] + 2 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \frac{\sin(\beta + 2\varphi)}{\sin(\Omega - 2\varphi)} \cdot \left[W_2 \cdot \sin(\beta + \Omega - \varphi) + \frac{C \cdot b \cdot \text{tg} \theta}{2 \cdot \text{tg} \beta \cdot \cos(\beta + \Omega)} \cdot \cos \varphi \right] \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)}{\sin(\theta - \varphi)} + 2 \cdot C \cdot \frac{b \cdot \text{tg} \theta}{2 \cdot \sin \beta} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \frac{\sin[\pi - (\beta + \Omega)]}{\sin(\Omega - 2\varphi)} \cdot \cos \varphi$$

Poids

$$W_1 = \gamma \cdot \frac{b^2}{8} \cdot \frac{\sin(\theta + \beta)}{\sin \beta \cdot \cos \theta} \cdot \text{tg} \theta;$$

$$W_2 = \gamma \cdot \frac{b^2}{8} \cdot \frac{\text{tg}^2 \theta \cdot \sin \Omega}{\text{tg} \beta \cdot \cos(\beta + \Omega) \cdot \sin \beta}$$

En 3D

Cas frottement lisse $\delta < \varphi$: Vitesse relative entre pieu-sol (V_{01}, V_{20}) est tangente, (V_1, V_2, V_{12}) incliner de φ ; et

dissipation d'énergie due à la cohésion et au frottement show in Fig. 2.

Surfaces latérales:

$$S_I = \pi \cdot \frac{b^2}{4 \cdot \cos \theta}; S_{II} = \pi \cdot \frac{b^2}{2} \cdot \frac{\text{tg} \theta \cdot \sin \Omega}{\sin \beta \cdot \cos(\beta + \Omega)};$$

$$\text{base} S_{III} = \pi \cdot \left(\frac{b}{2} \cdot \frac{\sin(\theta + \beta)}{\cos \theta \cdot \sin \beta} \right)^2$$

$$S_{III} = \pi \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{\sin(\theta + \beta)}{\cos\theta \cdot \sin\beta} \cdot \left(\frac{b \cdot \text{tg}\theta}{2 \cdot \sin\beta} + \frac{b}{2 \cos\beta} \right) - \frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos\beta} - \frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos\theta}$$

$$S_{IV} = \pi \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{\sin(\theta + \beta)}{\cos\theta \cdot \sin\beta} \cdot \left(\frac{b}{2} \cdot \frac{\text{tg}\theta}{\text{tg}\beta \cdot \cos(\beta + \Omega)} + \frac{b}{2 \cdot \cos(\beta + \Omega)} \right) - \frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos(\beta + \Omega)} - \pi \cdot \frac{b^2}{2} \cdot \frac{\text{tg}\theta \cdot \sin\Omega}{\sin\beta \cdot \cos(\beta + \Omega)}$$

$$\pi \cdot \frac{b^2}{2} \cdot \frac{\text{tg}\theta \cdot \sin\Omega}{\sin\beta \cdot \cos(\beta + \Omega)} - \pi \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{\sin(\theta + \beta)}{\cos\theta \cdot \sin\beta} \cdot \left(\frac{b \cdot \text{tg}\theta}{2 \cdot \sin\beta} + \frac{b}{2 \cdot \cos\beta} \right) - \frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos\beta}$$

Triangle semblable:

Vélocités:

$$V_1 = V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)}; V_{01} = V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)}{\sin(\theta - \varphi)}; V_{20} = V_0$$

$$V_2 = V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \frac{\sin(\beta + 2\varphi)}{\sin(\Omega - 2\varphi)}$$

$$V_{12} = V_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \frac{\sin[\pi - (\Omega + \beta)]}{\sin(\Omega - 2\varphi)}$$

$$P = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \left[2W_1 \sin\varphi_1 + C \cdot \pi \left[\frac{b \cdot \sin(\theta + \beta)}{2 \cos\theta \cdot \sin\beta} \right]^2 \cdot \cos\varphi \right] + \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \frac{\sin(\beta + 2\varphi)}{\sin(\Omega - 2\varphi)} \cdot 2 \cdot W_2 \cdot \sin(\beta + \Omega - \varphi) + C \cdot \cos\varphi \cdot \frac{\pi \cdot b \cdot \sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \cos\theta \cdot \sin\beta} \cdot \left(\frac{b \cdot \text{tg}\theta}{2 \cdot \text{tg}\beta \cdot \cos(\beta + \Omega)} + \frac{b}{2 \cdot \cos(\beta + \Omega)} \right) - \frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos(\beta + \Omega)} - \frac{\pi \cdot b^2 \cdot \text{tg}\theta \cdot \sin\Omega}{2 \cdot \sin\beta \cdot \cos(\beta + \Omega)} - \frac{\pi \cdot b \cdot \sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \cos\theta \cdot \sin\beta} \cdot \left(\frac{b \cdot \text{tg}\theta}{2 \cdot \sin\beta} + \frac{b}{2 \cdot \cos\beta} \right) - \frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos\beta} + C \cdot \cos\varphi \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \varphi)} \cdot \frac{\sin[\pi - (\beta + \Omega)]}{\sin(\Omega - 2\varphi)} \cdot \frac{\pi \cdot b \cdot \sin(\theta + \beta)}{\cos\theta \cdot \sin\beta} \cdot \left(\frac{b \cdot \text{tg}\theta}{2 \cdot \sin\beta} + \frac{b}{2 \cdot \cos\beta} \right) - \frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos\beta} - \frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos\theta}$$

Équation du travail $\delta < \varphi$:

Forces extérieures: P, W1(V1), W2(V2)

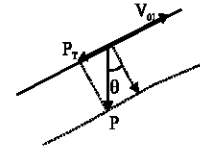
Travail des forces extérieures:

$$\begin{cases} P \cdot V_0 \cdot \cos 0 \\ 2W_1 \cdot V_1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) \\ 2W_2 \cdot V_2 \cdot \cos\left[\pi + \frac{\pi}{2} - (\beta + \Omega) + \varphi\right] \end{cases}$$

Dissipation d'énergie interne due a la cohesion le long u frottement interne le long des surfaces laterales:

$$\begin{cases} C \cdot \text{base} S_{III} \cdot V_1 \cdot \cos\varphi \\ C \cdot S_{IV} \cdot V_2 \cdot \cos(2\pi - \varphi) \\ C \cdot S_{III} \cdot V_{12} \cdot \cos(2\pi - \varphi) \end{cases}$$

Dissipation d'énergie interne due au frottement interne le long de l_{ce}, l_{dc} :



$$\begin{cases} S_{II} \cdot P \cdot V_{20} \cdot \cos 0 \\ S_{IP} \cdot V_{01} \cdot \cos \pi \end{cases}$$

Donc:

$$PV_0 = V_1(2W_1 \sin\varphi + \text{base} S_{III} \cos\varphi) + V_2[2W_2 \sin(\beta + \Omega - \varphi) + C S_{IV} \cos\varphi] + C \cos\varphi S_{III} V_{12} + PV_{20} - P \sin\theta V_{01}$$

$$\cdot \sin\theta \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)}{\sin(\theta - \varphi)}$$

Poids:

$$W_1 = \gamma \cdot \frac{b^2}{8} \cdot \frac{\sin(\theta + \beta)}{\sin\beta \cdot \cos\theta} \cdot \text{tg}\theta;$$

$$W_2 = \gamma \cdot \frac{b^2}{8} \cdot \frac{\text{tg}^2\theta \cdot \sin\Omega}{\text{tg}\beta \cdot \cos(\beta + \Omega) \cdot \sin\beta}$$

Application: Nous avons introduit ces deux modèles dans le logiciel Mathcad 2001, nous permettant ainsi de visualiser les formes de P (en 2D,3D). En effet leurs forme dans l'espace étant concave (forme en cuvette) indiquant nécessairement un minimum, et donc d'une butée.

Modèle n°1: Pieu 2D selon Coulomb cas de $\delta < \phi$

Données:

$$C := 0.5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \quad \phi := 30 \text{ deg} \quad \gamma := 1800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$b := 1\text{m} \quad \theta := 61 \text{ deg} \quad V_0 := 1\text{m}$$

longueurs:

$$\text{Lac} := b \cdot 1\text{m} \quad 1bc := \frac{b}{2 \cdot \cos(\theta)} \cdot 1\text{m}$$

$$1cd(\beta) := \frac{b \cdot \tan(\theta)}{2 \cdot \sin(\beta)} \cdot 1\text{m} \quad 1bd(\beta) := b \cdot \frac{\sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\beta)} \cdot 1\text{m}$$

$$1ce(\beta, \Omega) := b \cdot \frac{\tan(\theta) \cdot \sin(\Omega)}{2 \cdot \sin(\beta) \cdot \cos(\beta + \Omega)} \cdot 1\text{m}$$

$$1de(\beta, \Omega) := b \cdot \frac{\tan(\theta)}{2 \cdot \tan(\beta) \cdot \cos(\beta + \Omega)} \cdot 1\text{m}$$

Poids:

$$W_1(\beta) := \gamma \cdot b^2 \cdot \frac{\sin(\theta + \beta) \cdot \tan(\theta)}{8 \cdot \sin(\beta) \cdot \cos(\theta)} \cdot 1\text{m}$$

$$W_2(\beta, \Omega) := \gamma \cdot b^2 \cdot \frac{\tan(\theta)^2 \cdot \sin(\Omega)}{8 \cdot \tan(\beta) \cdot \cos(\beta + \Omega) \cdot \sin(\beta)} \cdot 1\text{m}$$

Vélocités:

$$V_1 := V_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \phi)} \quad V_{01} := V_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right)}{\sin(\theta - \phi)}$$

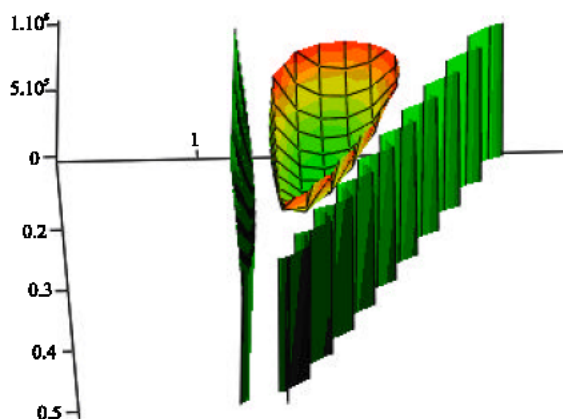
$$V_2(\beta, \Omega) := V_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cdot \sin(\beta + 2 \cdot \phi)}{\sin(\theta - \phi) \cdot \sin(\Omega - 2\phi)}$$

$$V_{12}(\beta, \Omega) := V_0 \frac{\left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cdot \sin[\pi - (\beta + \Omega)] \right]}{\sin(\theta - \phi) \cdot \sin(\Omega - 2\phi)} \quad V_{20} := V_0$$

Effort de pointe:

$$V_1(W_1(\beta) \cdot \sin(\phi) + C \cdot 1bd(\beta) \cdot \cos(\phi) + V_2(\beta, \Omega) \cdot \sin(\beta + \Omega - \phi) + C \cdot 1de(\beta, \Omega) \cdot \cos(\phi)) + C \cdot \cos(\phi) \cdot V_{12}(\beta, \Omega)$$

$$P(\beta, \Omega) := \frac{V_{01} \cdot \text{SIN}(\theta)}{2}$$



Minimisation:

$$\beta := 0.71 \quad \Omega := 0.1$$

Given

$$0.1 < \beta < \frac{\pi}{2} \quad 2\phi < \Omega < \frac{\pi}{2} \quad \beta + \Omega < \frac{\pi}{2}$$

F: = Minimize

$$(P, \beta, \Omega) \quad F = \begin{pmatrix} 14.648 \\ 62.06 \end{pmatrix} \text{ deg} \quad P(F_0, F_1) = 5.599 \times 10^5 \text{ kg}$$

Modèle n°2: Pieu 3D selon Coulomb cas de $\delta < \phi$

Données:

$$C := 0.5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \quad \phi := 30 \text{ deg} \quad \gamma := 1800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\theta := 61 \text{ deg} \quad b := 1\text{m} \quad V_0 := 1\text{m}$$

Surfaces:

$$S_1 := \frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos(\theta)} \quad S_2(\beta, \Omega) := \pi \cdot b^2 \cdot \frac{\tan(\theta) \cdot \sin(\Omega)}{\sin(\beta) \cdot \cos(\beta + \Omega)}$$

$$\text{baseS3}(\beta) := \pi \left(\frac{b \cdot \sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\beta)} \right)^2$$

$$S3(\beta) := \pi \cdot b \cdot \frac{\sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\beta)} \cdot \left(\frac{b \cdot \tan(\theta)}{2 \cdot \sin(\beta)} + \frac{b}{2 \cdot \cos(\beta)} \right) - \frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos(\beta)} - \frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos(\theta)}$$

$$S4(\beta, \Omega) := \frac{\pi \cdot b \cdot \sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\beta)} \cdot \left(\frac{b \cdot \tan(\theta)}{2 \cdot \tan(\beta) \cdot \cos(\beta + \Omega)} + \frac{b}{2 \cdot \cos(\beta + \Omega)} \right) - \frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos(\beta, \Omega)} - \frac{\pi \cdot b^2 \cdot \tan(\theta) \cdot \sin(\Omega)}{2 \cdot \sin(\beta) \cdot \cos(\beta, \Omega)}$$

$$- \frac{\pi \cdot b \cdot \sin(\theta + \beta)}{2 \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\beta)} \cdot \left(\frac{b \cdot \tan(\theta)}{2 \cdot \sin(\beta)} + \frac{b}{2 \cdot \cos(\beta)} - \frac{\pi \cdot b^2}{4 \cdot \cos(\beta)} \right)$$

Poids:

$$W1(\beta) := \gamma \cdot b^2 \cdot \frac{\sin(\theta + \beta) \cdot \tan(\theta)}{8 \cdot \sin(\beta) \cdot \cos(\theta)} \cdot 1m$$

$$W2(\beta, \Omega) := \gamma \cdot b^2 \cdot \frac{\tan(\theta)^2 \cdot \sin(\Omega)}{8 \cdot \tan(\beta) \cdot \cos(\beta + \Omega) \cdot \sin(\Omega)} \cdot 1m$$

Vélocités:

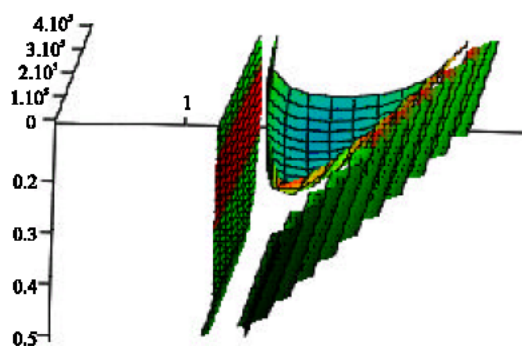
$$V1 := V0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sin(\theta - \phi)} \quad V01 := V0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right)}{\sin(\theta - \phi)}$$

$$V2(\beta, \Omega) := V0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cdot \sin(\beta + 2 \cdot \phi)}{\sin(\theta - \phi) \cdot \sin(\Omega - 2 \phi)}$$

$$V12(\beta, \Omega) := V0 \frac{\left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cdot \sin[\pi - (\beta + \Omega)] \right]}{\sin(\theta - \phi) \cdot \sin(\Omega - 2 \phi)} \quad V20 := V0$$

Effort de pointe:

$$P(\beta, \Omega) := \frac{V1(2W1(\beta) \cdot \sin(\phi) + C \cdot lbaseS3(\beta) \cdot \cos(\phi) + V2(\beta, \Omega) \cdot (2W2(\beta, \Omega) \cdot \sin(\beta + \Omega - \phi) + C \cdot S4(\beta, \Omega) \cdot \cos(\phi)) + C \cdot \cos(\phi) \cdot S3(\beta) \cdot V12(\beta, \Omega))}{V01 \cdot (\theta)}$$



Minimisation:

$$\beta := 0.1 \quad \Omega := 0.1$$

Given

$$0.1 < \beta < \frac{\pi}{2} \quad 2\phi < \Omega < \frac{\pi}{2} \quad \beta + \Omega < \frac{\pi}{2}$$

$$(P, \beta, \Omega) \quad F = \begin{pmatrix} 0.165 \\ 1.213 \end{pmatrix} \quad P(F_0, F_1) = 1.296 \times 10^5 \text{ kg}$$

CONCLUSION

Nous avons proposé ci-dessus des mécanismes qui normalement nous donnent en plan et en espace, des bornes supérieures de valeurs réelles, si des essais expérimentaux existaient. Ce n'est pas le cas ici pour des raisons d'indisponibilité du matériel adéquat pour une telle expérimentation.

Nous nous sommes limité à des modèles avec lignes de ruptures horizontales alors que normalement elles devraient être orienté vers le bas.

Ce travail propose tout de même une ébauche de solution à ce problème, dans le cas de sol cohérent et frottant, jamais réalisé avec cette méthode qui pourra être repris par d'autres chercheurs.

On remarque que la charge limite P fonction de deux variables, développer dans un graphique dans le logiciel Mathcad, est concave, sous forme de cuvette, dans les fichiers données ci-dessus (Mathcad). Ce qui montre bien l'existence d'un minimum, donc alors d'une butée.

REFERENCES

Davis, E.H., M.J. Gunn, R.J. Mair and H.N. Seniviratne, 1980. The stability of shallow tunnels and underground openings in cohesive material. Geotechnique, pp: 397-419.

Léonard, 1967. Les fondations. Dunod.

Muelhaus, H., 1985. Lower bound solutions for circular tunnels in two or three dimensions. Rock. Mech. et Rock Eng., 18: 37-52.